Exercice 18 :

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$ on définit l'application f qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe $z' = -e^{i\frac{2\pi}{3}} z + i$

1°/ Montrer que f est une rotation dont on précisera le centre Ω et l'angle.

2°/ Soit la suite des points $(M_n)_{n\in\mathbf{N}}$ définie par :

$M_0 = 0$ et $\forall n \in \mathbf{N} : M_{n+1} = f(M_n)$

a) Soit z_n l'affixe du point M_n et $Z_n = z_n - e^{i\frac{\pi}{6}}$

Montrer qu'il existe un unique nombre complexe a tel que $\forall n \in \mathbf{N} : Z_{n+1} = a Z_n$.

b) Trouver l'ensemble des entiers naturels p tel que $a^p = 1$

c) Calculer z_n en fonction de n. Que vaut z_{2000} ?

Exercice 19 :

Le plan $\mathcal{P}$ est rapporté à un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

Soit $ABCD$ un quadrilatère convexe de sens indirect a, b, c, d les affixes respectives des points A, B, C, D. On construit à l'extérieur du quadrilatère les triangles M_1AB, M_2BC ; M_3CD et M_4AD rectangles isocèles respectivement en M_1, M_2, M_3, M_4.

1°/ Déterminer en fonction de a, b, c, d les affixes des points M_1, M_2, M_3, M_4.

2°/ a) Démontrer que $(M_1\ M_3) \perp (M_2\ M_4)$

b) Démontrer que $M_1\ M_3 = M_2\ M_4$.